

IOANA MONALISA MANEA

CRISTINA NEAGOE

**Culegere de probleme
de matematică
pentru clasa a 6-a**

EDITURA PUIȘOR
București

2026

1. Teste de evaluare inițială	6
2. Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale	8
2.1. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice/nenumerate; relația dintre un element și o mulțime; relații între mulțimi	8
2.2. Mulțimi finite, cardinalul unei mulțimi finite; mulțimi infinite, mulțimea numerelor naturale	9
2.3. Operații cu mulțimi: reuniune, intersecție, diferență	10
Teste de evaluare	14
2.4. Proprietăți ale divizibilității în $\mathbb{N}$	15
2.5. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime	16
2.6. Determinarea celui mai mare divizor comun (c.m.m.d.c.); numere prime între ele	17
2.7. Determinarea celui mai mic multiplu comun (c.m.m.m.c.)	19
Teste de evaluare	21
3. Rapoarte. Proportii	22
3.1. Rapoarte	22
3.2. Procente. Aflarea a $p\%$ dintr-un număr dat	23
3.3. Aflarea unui număr când se cunoaște $p\%$ din el	24
3.4. Aflarea raportului procentual	26
3.5. Proportii. Proprietatea fundamentală a proporțiilor	28
3.6. Determinarea unui termen necunoscut dintr-o proporție	28
3.7. Proportii derivate	30
3.8. Șir de rapoarte egale	31
3.9. Mărimi direct proporționale	32
3.10. Mărimi invers proporționale	34
3.11. Regula de trei simplă	36
3.12. Elemente de organizare a datelor; reprezentarea datelor prin grafice în contextul proporționalității; probabilități	37
Teste de evaluare	40
4. Mulțimea numerelor întregi	41
4.1. Mulțimea numerelor întregi; opusul unui număr întreg; reprezentarea pe axa numerelor; modulul unui număr întreg; compararea și ordonarea numerelor întregi	41
4.2. Adunarea numerelor întregi, proprietăți; scăderea numerelor întregi	43
4.3. Înmulțirea numerelor întregi, proprietăți	44
4.4. Împărțirea numerelor întregi când deîmpărțitul este multiplu al împărțitorului	45
4.5. Puterea cu exponent număr natural a unui număr întreg nenul; reguli de calcul cu puteri	47
4.6. Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor	49
4.7. Ecuații și inecuații	50
4.8. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau inecuațiilor în contextul numerelor întregi	53
Teste de evaluare	54
5. Mulțimea numerelor raționale	56
5.1. Număr rațional; mulțimea numerelor raționale; reprezentarea numerelor raționale pe axa numerelor; opusul unui număr rațional; modulul	56
5.2. Compararea și ordonarea numerelor raționale	57

5.3.	Adunarea numerelor raționale; proprietăți; scăderea numerelor raționale	59
5.4.	Înmulțirea numerelor raționale; proprietăți	60
5.5.	Împărțirea numerelor raționale	62
5.6.	Puterea cu exponent număr întreg a unui număr rațional nenul; reguli de calcul cu puteri	63
5.7.	Ordinea efectuării operațiilor și folosirea parantezelor	66
	Teste de evaluare	69
5.8.	Ecuatii de tipul: $x + a = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b (a \neq 0)$, $ax + b = c$, unde a, b, c sunt numere raționale	70
5.9.	Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor	72
	Teste de evaluare	74
6.	Noțiuni geometrice fundamentale	75
6.1.	Unghiuri suplementare, unghiuri complementare	75
6.2.	Unghiuri adiacente; bisectoarea unui unghi	76
6.3.	Unghiuri opuse la vârf	78
6.4.	Unghiuri formate în jurul unui punct	78
	Teste de evaluare	80
6.5.	Drepte paralele; criterii de paralelism; axioma paralelelor	81
	Teste de evaluare	83
6.6.	Drepte perpendiculare; oblice; distanța de la un punct la o dreaptă	84
6.7.	Mediatoarea unui segment; simetria față de o dreaptă	85
6.8.	Cerc; centru, rază, coardă, diametru, arc de cerc, unghi la centru; măsuri	86
6.9.	Poziția unei drepte față de un cerc; pozițiile relative a două cercuri	87
	Teste de evaluare	88
7.	Triunghiul	89
7.1.	Triunghiul; definiție, elemente; clasificare; perimetru	89
7.2.	Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi; unghi exterior unui triunghi, teorema unghiului exterior	89
7.3.	Construcția triunghiurilor; cazurile LUL, ULU, LLL; inegalități între elementele triunghiului	91
7.4.	Bisectoarele unghiurilor unui triunghi; concurență, cercul înscris în triunghi	92
7.5.	Mediatoarele laturilor unui triunghi; concurență, cercul circumscris unui triunghi	93
7.6.	Înălțimile unui triunghi; definiție, construcție, concurență	93
7.7.	Medianele unui triunghi; definiție, construcție, concurență	94
7.8.	Congruența triunghiurilor oarecare; criterii de congruență a triunghiurilor: LUL, ULU, LLL	95
7.9.	Metoda triunghiurilor congruente; proprietatea punctelor de pe mediatoarea unui segment	96
	Teste de evaluare	99
7.10.	Criteriile de congruență a triunghiurilor dreptunghice: CC, IC, CU, IU; proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi	100
7.11.	Proprietăți ale triunghiului isoscel	102
7.12.	Proprietăți ale triunghiului echilateral	105
7.13.	Proprietăți ale triunghiului dreptunghic; teorema lui Pitagora	107
	Teste de evaluare	109
8.	Teste recapitulative	111
9.	Fișe pentru portofoliu	115
10.	Soluții	125

1. Teste de evaluare inițială

Testul 1

- I. 1. Transformați 1,2 în fracție ordinară ireductibilă.
2. Transformați $1,7 \text{ dm}^2 = \dots \text{ cm}^2$
3. Să se calculeze: a) $0,4 + 2,4 : 4 =$; b) $2^2 + 2^0 =$; c) $\frac{5}{6}$ din 30.
4. Aflați toți divizorii lui 6.
5. Cel mai mare număr impar de două cifre distincte este: a) 99; b) 87; c) 91; d) 97.
6. Unghiul cu măsura $a = 37^\circ 45' + 52^\circ 28'$ este ascuțit sau obtuz?
7. Dacă $\overline{x2x} : 5$ atunci x este: a) 0 sau 5; b) 0; c) 5.
- II. 8. Calculați $(2^5 + 2^2) : 6 + 2^2 + 2^1 + 2^0 - 1^{2015} = \dots$
9. Arătați că numărul $a = [2, (6) + 1,2(3)] : 0,026 + 0,19 : 0,01$ este pătrat perfect.
10. Un rezervor de apă este un paralelipiped cu dimensiunile 0,3 m, 17 dm, 200 cm.
 - a) Ce volum are rezervorul?
 - b) Dacă apa din rezervor este pusă în sticle de 0,5 l, câte sticle se folosesc?
11. Media aritmetică a 3 numere este 14. Știind că primul este cu 7 mai mare decât al doilea și al treilea este de 3 ori mai mare decât al doilea, aflați numerele.

Testul 2

- I. 1. Rezultatul calculului $9 + 11 \cdot 5 - 3$ este: a) 97; b) 31; c) 61; d) 40.
2. Calculați $[2, (3) - 1,2] : 0,68 - 0, (6) = \dots$
3. Valoarea cifrei x pentru care numărul $\overline{346x}$ se divide cu 10 este: a) 0; b) 2; c) 5; d) 7.
4. Care din următoarele numere pot fi scrise ca o putere cu baza 3? a) 6; b) 18; c) 81; d) 33.
5. Rezultatul calculului $8241 : 41$ este: a) 12; b) 21; c) 102; d) 201.
6. Numărul 37,9 scris sub formă de fracție ordinară este: a) $\frac{37}{9}$; b) $\frac{379}{10}$; c) $\frac{9}{37}$; d) $\frac{379}{100}$.
7. Restul împărțirii $1037 : 15$ este: a) 69; b) 5; c) 11; d) 2.
8. Perimetrul unui pătrat cu latura de 0,5 m transformat în cm este: a) 2 cm; b) 20 cm; c) 200 cm; d) 2000 cm.
9. Un elev parcurge un sfert din drumul către școală în 15 minute. Tot drumul îl va parcurge în: a) 60 min; b) 50 min; c) 45 min; d) 30 min.
- II. 10. Media aritmetică a patru numere consecutive este egală cu 78,5. Să se afle cel mai mare număr și cel mai mic.
11. Situația notelor obținute de elevii unei clase la un test este următoarea: trei note de 5, cinci note de 6, șapte note de 7, opt note de 8, 3 note de 9 și două note de 10. a) Reprezentați într-un tabel și apoi într-o diagramă situația notelor. b) Aflați câți elevi are clasa. c) Calculați media notelor pe clasă cu două zecimale exacte.
12. Numărul fetelor reprezintă 20% din numărul băieților. Câte fete sunt dacă în clasă sunt 24 de elevi?
13. Ce cantitate de legume s-a transportat în 28 de lăzi, fiecare cântărind 32 kg, dacă o ladă goală cântărește 2 kg?

Testul 3

- I. 1. Rezultatul calculului $54:2+7$ este: a) 6; b) 34; c) 20; d) 30.
2. Cum este numărul $a = (3,8+0,8):2,(5)+0,2$, prim sau compus?
3. Cifra x pentru care numărul $\overline{245x}$ este divizibil cu 5 este: a) 0; b) 2; c) 3; d) 7.
4. Rezultatul calculului $1224:12$ este: a) 12; b) 21; c) 201; d) 102.
5. Scrieți numărul $1,(6)$ sub formă de fracție ordinară ireductibilă.
6. Media aritmetică a numerelor $a=2,56$ și $b=3,8$ este: a) 6,36; b) 3,12; c) 2,94; d) 3,18.
7. Transformând un ar în m^2 se obțin: a) $0,1 m^2$; b) $10 m^2$; c) $100 m^2$; d) $1000 m^2$.
8. Perimetrul unui dreptunghi este egal cu 36 cm iar lățimea este egală cu 8 cm. Lungimea este de: a) 10 cm; b) 28 cm; c) 20 cm; d) 26 cm.
9. Rezultatul calculului $1,4-1,2+1\frac{4}{5}$ este: a) 4,5; b) 3,8; c) 5; d) 2.
- II. 10. Să se calculeze $2^{15}:(2^4)^3-2^2+1^7=...$
11. Fie punctele A, B, C, D coliniare astfel încât B este mijlocul segmentului AE , C este mijlocul segmentului BE și D este mijlocul segmentului CE . Dacă $AD = 14$ cm, aflați lungimea segmentului AE .
12. Un automobil a parcurs 65% dintr-un drum și mai are de parcurs 70 km. Câți km are întregul drum?
13. Să se calculeze în cm^2 : $48 cm^2 + 1,08 dm^2 - 0,0054 m^2 + 21600 mm^2$.
14. Suma a două numere este 1122. Să se determine cele două numere știind că împărțind un număr la celălalt se obține câtul 8 și restul 6.

Testul 4

- I. 1. Cel mai mic număr natural cu 3 divizori este ...
2. Rezultatul calculului $1,32:0,6-1,1^2$ este ...
3. Dintre 4^{12} și 8^9 , mai mare este ...
4. Aria dreptunghiului cu $l=50$ cm și $L=0,6$ m este ... cm^2 .
5. Numărul $\frac{3}{5}$ transformat în fracție zecimală este ...
6. Dați un exemplu de număr rațional cuprins între $1/3$ și $1/2$.
7. Desenați punctele A, B, C coliniare știind $AB=8$ cm, $BC=10$ cm și $AC=18$ cm și punctul M mijlocului segmentului AC . Aflați lungimea segmentului BM .
8. La împărțirea lui 2414 la 4 se obține câtul ... și restul ...
9. Dacă $\overline{xxx}:2$ atunci $x=...$
- II. 10. Calculați $(3^3+1024:2^6-2015^0):2-4^2=...$
11. Să se afle două numere dacă media lor aritmetică este 22 și primul împărțit la al doilea dă câtul 3 și restul 4.
12. Arătați că numărul $a = (2,5-1,2^2):5,(8)+0,82$ este natural.
13. O cutie plină cu 64 pachetele de biscuiți cântărește 5 kg. Știind că un pachetel de biscuiți cântărește 75 g, să se afle cât cântărește cutia goală.

2. Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale

2.1. Descriere, notații, reprezentări; mulțimi numerice/nenumerice; relația dintre un element și o mulțime; relații între mulțimi

*

1. Scrieți corect mulțimile:

a) $A = \{0; 1; 1^5; 0 \cdot 1 \cdot 2^2; 3 - 2; 2^5 : 8\}$

b) $B = \{a; b; a; c; d; b; c\}$

c) $C = \{p; o; p; o; r\}$

d) $D = \{p; a; r; a; v; a; n\}$

e) $E = \{0; 2^0; 0^7; 3; 7 - 2^2; (4^3)^0; 5 - 2\}$

f) $F = \{2; 4 + 1; 1 + 4; 2 \cdot 3; 3 \cdot 2\}$

2. Să se stabilească valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $2 \in \{1; 2; 3\}$

b) $1 \in \mathbb{N}$

c) $0 \in \mathbb{N}^*$

d) $7 \in \{1; 2; \dots; 6\}$

e) $3 \in \{4; 5; 6; 7\}$

f) $4 \in \{1; 2; 4; 5\}$

g) $21 \in \{10; 11; 12; \dots\}$

h) $13 \in \{18; 19; 20; \dots\}$

i) $910 \in \{203; 204; \dots; 847\}$

3. Fie mulțimile: $A = \{0; 2; 3; 4; 5; 6\}$; $B = \{1; 2; 4; 5; 7\}$; $C = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$. Să se scrie cu ajutorul simbolurilor învățate în care mulțime se află și în care nu se află elementele din C . Există relații de incluziune între mulțimile de mai sus?

4. Fie mulțimile:

$A = \{x | x \text{ este literă a cuvântului „sapă”}\}$

$B = \{x | x \text{ este literă a cuvântului „apăsa”}\}$

$C = \{\text{literele cuvântului „carte”}\}$

$D = \{\text{literele cuvântului „ceartă”}\}$

$E = \{\text{literele cuvântului „car”}\}$

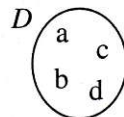
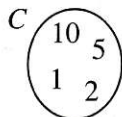
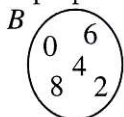
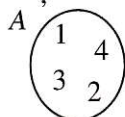
$F = \{\text{literele cuvântului „arc”}\}$

$G = \{\text{literele cuvântului „rac”}\}$

a) Care dintre aceste mulțimi sunt egale? Determinați elementele mulțimilor.

b) Între care mulțimi se poate folosi simbolul „ $\subset$ ”? Scrieți toate posibilitățile.

5. Privind diagramele de mai jos, scrieți: a) mulțimile A, B, C, D prin enumerarea elementelor; b) mulțimile A, B, C, D cu proprietăți caracteristice.



6. Aflați x și y dacă se știe că $\{2x + 1; 4y + 2\} = \{5; 10\}$.

7. Scrieți toate submulțimile mulțimii $A = \{x | x \in \mathbb{N}, 0 < x < 3\}$.

**

8. Scrieți elementele fiecărei mulțimi:

a) $A = \{x | x \in \mathbb{N}^*, x \leq 4\}$

b) $B = \{x | x \in \mathbb{N}, 2 \leq x < 5\}$

c) $C = \{x | x \in \mathbb{N}^*, x < 1\}$

d) $D = \{x | x \text{ e literă a cuvântului „corcoduș”}\}$

9. Aflați x natural știind că:

a) $3 \in \{2x + 3; 3x + 1; 6x + 2\}$; b) $4 \in \{2x + 1; 3x + 1; 5x - 6\}$; c) $15 \in \{4x + 2; 3x - 1; 6x + 1\}$.

10. Scrieți elementele mulțimilor:

$A = \{x \in \mathbb{N} | x < 5\}$

$B = \{y \in \mathbb{N} | y = 2x + 1, x \in A\}$

$C = \{z \in \mathbb{N} | z = 2^x, x \in A\}$

11. Determinați valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $3 \in \{x \in \mathbb{N} | x = 2k, k \in \mathbb{N}\}$

b) $1 \in \{x \in \mathbb{N} | x = k^2, k \in \mathbb{N}\}$

c) $48 \in \{x \in \mathbb{N} | x : 2, x < 70\}$

d) $9 \in \{x \in \mathbb{N} | 24 : x\}$

e) $9 \in \{x \in \mathbb{N} | x = k^3, k \in \mathbb{N}\}$

12. Să se scrie toate submulțimile mulțimilor:

$$A = \{x | x \in \mathbb{N}^*, x \leq 2\}$$

$$B = \{\text{literele cuvântului „tata”}\}$$

$$C = \{\text{literele cuvântului „soc”}\}$$

$$D = \{x | x \in \mathbb{N}, 2 \leq x \leq 4\}$$

$$E = \{x | x \in \mathbb{N}^*, x < 8, x \text{ par}\}$$

$$F = \{x | x \in \mathbb{N}^*, 2 < x \leq 7, x \text{ impar}\}$$

13. Scrieți submulțimile mulțimii $\{3; 4; 5; 6\}$ care: a) conțin pe 3; b) nu conțin pe 4; c) au două elemente; d) sunt incluse în $\{4; 5; 6; 7\}$.

14. Fie mulțimea $A = \{a; b; d; m\}$. Scrieți: a) două mulțimi care sunt incluse în A ; b) două mulțimi în care este inclusă A ; c) două mulțimi de litere care nu sunt incluse în A .

15. Care dintre mulțimile de mai jos sunt egale?

$$A = \{x | x \in \mathbb{N}, 3 < x < 9\}$$

$$B = \{x | x \in \mathbb{N}, 4 \leq x \leq 8\}$$

$$C = \{x | x \in \mathbb{N}, x < 9 \text{ par}\}$$

$$D = \{4; 5; 6; 7; 8\}$$

$$E = \{x | x \in \mathbb{N}, x < 10, x \text{ împărțit la } 2 \text{ dă restul } 0\}$$

$$F = \{1; 4; 7; 10; 13; 16; 19\}$$

$$G = \{x | x \in \mathbb{N}^*, x \text{ împărțit la } 3 \text{ dă restul } 1, x < 20\}$$

16. a) Fie $A = \{1; 3; 4; 2\}$. Determinați $x \in \mathbb{N}$ astfel încât $\{2; x; 4\} \subset A$.

b) Fie $A = \{3; 8; 5; 6\}$. Determinați $x \in \mathbb{N}$ astfel încât $\{5; x; 6\} \subset A$.

c) Fie $A = \{1; 2; 3; 8\}$. Determinați $x \in \mathbb{N}$ astfel încât $A \subset \{1; 3; 2; 7; x\}$.

17. a) Scrieți cu proprietăți caracteristice 3 mulțimi egale cu $\emptyset$.

b) Scrieți cu proprietăți caracteristice 2 mulțimi egale cu $\{0; 1\}$.

18. Determinați elementele mulțimii A în fiecare caz în parte:

$$a) \{3; 4\} \subset A \text{ și } A \subset \{3; 4; 8\}$$

$$b) \{1; 2\} \subset A, A \subset \{1; 2; 3; 5\} \text{ și } 3 \notin A$$

$$c) \{0; 1\} \subset A, A \subset \{0; 1; 4\}$$

$$d) \{0; 2\} \subset A, A \subset \{0; 2; 3\} \text{ și } \{0; 3\} \not\subset A$$

19. Fie mulțimea $A = \{1, 2, 3, \dots, 41\}$. a) Câte submulțimi cu un element are A ? Câte submulțimi cu 40 de elemente are A ?

20. Scrieți mulțimile de mai jos folosind proprietăți caracteristice:

$$a) \{1; 3; 5; 7; 9; 11\}$$

$$b) \{29; 30; 31; 32; 33\}$$

$$c) \{6; 8; 10; 12; 14; 16\}$$

$$d) \{1; 5; 9; 13; 17; 21; 25\}$$

$$e) \{0; 1; 4; 9; 16; 25; 36; 49\}$$

$$f) \{1; 2; 4; 8; 16; 32; 64; 128\}$$

$$g) \{2; 10; 50; 250\}$$

$$h) \{1; 2; 5; 10\}$$

$$i) \{1; 2; 4; 8; 16\}$$

$$j) \{0; 5; 10; 15; 20; 25; 30; 35; \dots\}$$

2.2. Mulțimi finite, cardinalul unei mulțimi finite; mulțimi infinite, mulțimea numerelor naturale

*

1. Să se scrie mulțimile divizorilor naturali ai numerelor: 7; 14; 20; 32; 48; 60; 100.

2. Să se scrie mulțimea divizorilor comuni ai numerelor 16; 72; 36.

3. Să se scrie mulțimile multiplilor pentru numerele: 4; 3; 7; 20.

4. Să se scrie mulțimea multiplilor comuni, mai mici ca 85 ai numerelor 4; 6; 18.

**

5. Să se scrie elementele și cardinalul mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} | x: 5, 4 \nmid x, x < 45\}$

6. Determinați elementele mulțimilor:

$$A = \{x | x \in \mathbb{N}, 0 \leq x \leq 2\}$$

$$B = \{y | y \in \mathbb{N}, y = x^2, x \in A\}$$

$$C = \{z | z \in \mathbb{N}, z = x + 1, x \in A\}$$

$D = \{t \mid t \in \mathbb{N}, t < 6 \text{ astfel încât există un } x \in A \text{ și } x < t\}$

$E = \{w \mid w \in \mathbb{N}, w < 10 \text{ astfel încât pentru oricare } x \in A \text{ } w > x\}$

7. Determinați elementele mulțimilor:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid (x+3) \mid 16\} \quad B = \{x \in \mathbb{N} \mid 15 \mid (2x+1)\} \quad C = \{x \in \mathbb{N} \mid (x-1) \mid 6\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid 18 \mid (2x+4)\} \quad E = \{x \in \mathbb{N} \mid 48 \mid x^2\} \quad F = \{x \in \mathbb{N} \mid 72 \mid x^3\}$$

$$G = \{x \in \mathbb{N} \mid 64 \mid 2^x\} \quad H = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^x \mid 54\}$$

8. Să se determine elementele mulțimilor și cardinalul lor:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 40 \mid x\} \quad B = \{x \in \mathbb{N} \mid 27 \mid x, x \text{ par}\} \quad C = \{x \mid x = y^2, x < 40, y \in \mathbb{N}\}$$

$$D = \{x \mid x = y^2, 3 < y < 8, y \in \mathbb{N}\} \quad E = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 2, x \nmid 3, x < 10\} \quad F = \{x \mid x = 2^a, a \leq 4, a \in \mathbb{N}\}$$

$$G = \{x \mid x = a^3, a \leq 3, a \in \mathbb{N}\} \quad H = \{x \mid x = 3^a, a < 4, a \in \mathbb{N}\}$$

9. Stabiliți care din mulțimile de mai jos sunt finite și care sunt infinite:

$$\text{a) } A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x+3 \leq 3x\}; \quad \text{b) } B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3x > 16\};$$

$$\text{c) } C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \mid 30\}; \quad \text{d) } D = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 4\};$$

$$\text{e) } E = \{x \in \mathbb{N} \mid x = k^2, k \in \mathbb{N}\}; \quad \text{f) } F = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este ultima cifră a unui pătrat perfect}\}.$$

10. Scrieți elementele mulțimilor:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 24 \mid (x+1)\} \quad B = \{x \in \mathbb{N} \mid 15 \mid (2x+1)\} \quad C = \{x \in \mathbb{N} \mid (2x-1) \mid 36\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 20, (x+1) : 3\} \quad E = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 40, (2x+3) : 5\} \quad F = \{x \in \mathbb{N} \mid 7 \mid (x-3), x < 30\}$$

11. Să se determine mulțimile:

$$\text{a) } \{x \mid x \in \mathbb{N}, x > 30, x \text{ multiplu a lui } 4 \text{ și } x \text{ verifică } 2x+13 \leq x+78\}$$

$$\text{b) } \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, 4 \mid x \text{ și } x \leq 28\} \quad \text{c) } \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, 3 \mid (x^2-1) \text{ și } x \leq 4\}$$

$$\text{d) } \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \mid 6^2 \text{ și } x \leq 18\} \quad \text{e) } \{x \mid x \in \mathbb{N}, 6 \mid x \text{ și } 3(x+2) \leq x+42\}$$

12. Fie mulțimea $A = \{\overline{abc} \mid a \cdot b \cdot c = 18, a, b, c \text{ cifre în baza } 10\}$.

Aflați $\text{card } A$ și $\text{card } \{x \in A \mid x : 2\}$.

13. Aflați cardinalul mulțimilor: a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 1500; x : 2\};$

b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 1500; x : 2, x : 5\};$ c) $C = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 1500; x : 2, x \nmid 5\}.$

2.3. Operații cu mulțimi: reuniune, intersecție, diferență

*

1. Să se efectueze intersecția mulțimilor:

$$\text{a) } A = \{5; 6; 7; 8\} \text{ și } B = \{3; 4; 6; 7\}$$

$$\text{b) } A = \{1; 2; 3; 4; 5\} \text{ și } B = \{3; 4; 5\}. \text{ Ce observi? De ce?}$$

$$\text{c) } A = \{1; 2; 4; 5; 6\} \text{ și } B = \{3; 7; 8\}. \text{ Cum se numesc?}$$

2. Efectuați reuniunea mulțimilor:

$$\text{a) } A = \{2; 3; 4; 5\} \text{ și } B = \{1; 2; 5; 7\} \quad \text{b) } A = \emptyset \text{ și } B = \{2; 4; 6\}$$

$$\text{c) } A = \{5; 8; 9\} \text{ și } B = \{1; 2; 3; 4\} \quad \text{d) } A = \{1; 2; 3; 4\} \text{ și } B = \mathbb{N}$$

$$\text{e) } A = \{0; 2; 4; 6; 8; 10; 12; \dots\} \text{ și } B = \{1; 2; 3; 4\}$$

3. Fie mulțimile $A = \{1; 2; 3; 4\}$, $B = \{1; 3; 5; 7\}$, $C = \{2; 4; 6; 8\}$.

Calculați: a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $(A \cap B) \cup (B \cap C)$; d) $B \setminus (A \cap C)$; e) $A \cap (B \cup C)$

4. Fie mulțimile: $A = \{0; 1; 3; 4\}$; $B = \{1; 2; 4; 5; 6\}$; $C = \{2; 4; 7\}$.

Să se afle: $A \cap B$; $A \setminus B$; $B \setminus A$; $B \cap C$; $B \setminus C$; $A \cap C$; $B \cup C$; $(A \cup B) \cap C$.

5. Se dau mulțimile: $A = \{1; 2; 3; 4\}$, $B = \{2; 3; 5; 6; 7\}$, $C = \{0; 3; 6; 8\}$. Aflați: $A \setminus (B \cap C)$; $(A \cap C) \setminus B$; $A \cap (B \setminus C)$; $(B \cap A) \setminus (A \cap C)$; $(A \cap B) \cup C$; $(C \setminus B) \cup (A \setminus B)$.

6. Aflați elementele și calculați $A \setminus B$ și $B \setminus A$:

a) $A = \{3; 8; 9\}$ și $B = \{1; 2; 3; 4\}$

b) $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 4\}$ și $B = \{x | x \in \mathbb{N}, 2 \leq x \leq 5\}$

c) $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x < 5, \text{ par}\}$ și $B = \{x | x \in \mathbb{N}, x < 6, \text{ impar}\}$

d) $A = \{\text{literele cuvântului „prieten”}\}$ și $B = \{\text{literele cuvântului „peltic”}\}$

7. Se dau mulțimile: $A = \{0; 2; 4; 6\}$, $B = \{1; 2; 5; 6; 7\}$, $C = \{3; 4; 5; 8\}$. Să se afle:

a) $(A \setminus B) \cap C$

b) $C \setminus (A \cup B)$

c) $(C \setminus B) \cap (A \setminus B)$

8. Fie mulțimile $A = \{2; 5; 8; 7; 9\}$, $B = \{1; 2; 3; 4; 5\}$, $C = \{5; 7; 8; 9; 10; 11\}$. Calculați:

a) $A \setminus B$

b) $B \setminus C$

c) $C \setminus A$

d) $(A \cup B) \setminus C$

e) $(B \setminus A) \cup (C \setminus B)$

f) $(A \cap C) \setminus (B \cap C)$

g) $A \setminus \emptyset$

h) $\emptyset \setminus B$

i) $A \setminus \mathbb{N}$

9. Efectuați intersecția mulțimilor: a) $A = \{x | x \in \mathbb{N}, 3 \leq x < 9\}$ și $B = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ par}, x \leq 10\}$

b) $A = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ par}, x > 20\}$ și $B = \{x | x \in \mathbb{N}, 2 \leq x < 15\}$

c) $A = \{x | x \in \mathbb{N} \text{ impar}\}$ și $B = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 4\}$

d) $A = \mathbb{N}$ și $B = \{3; 8; 9\}$

10. Să se calculeze (știind că D_5 este mulțimea divizorilor lui 5):

a) $D_8 \cup D_{12}$; b) $D_9 \cap D_4$; c) $D_{16} - D_{10}$; d) $D_{25} - D_{50}$; e) $\{x | x \in \mathbb{N}, x | 40\} \cap \{x | x \in \mathbb{N}, x < 12\}$.

11. Efectuați: a) $D_8 \cap D_{12}$; b) $(D_{10} - D_5) \cup D_6$; c) $(D_{24} \cap D_{18}) - D_6$; d) $(\emptyset \cap D_2) \cup D_3$;

e) $(D_{30} \cap D_{18}) - (D_6 - D_9)$.

12. Determinați elementele mulțimilor: $A = \{x | x \in \mathbb{N}^*, x \leq 3\}$, $B = \{y | y \in \mathbb{N}, y = 2^{x-1}, x \in A\}$, $C = \{z | z \in \mathbb{N}, z = 3 + y, y \in B\}$.

Să se afle: $A \cup B$; $A \cap B$; $A \setminus B$; $A \cup C$; $B \setminus C$; $C \setminus B$; $(B \setminus A) \cap C$; $(A \cap C) \setminus B$.

13. Să se determine $x, y, z \in \mathbb{N}$ astfel încât:

$\{1; 3\} \cup \{x; y\} = \{1; 2; 3\}$ $\{1; 2\} \cup \{y; z\} = \{1; 2; 3\}$ $\{x; z\} = \{1; 3\}$.

14. Să se determine $a, b, c, d \in \mathbb{N}$ dacă:

a) $\{2; a; 3\} \cap \{a; 5; b\} = \{2; 6\}$ b) $\{1; c; 4; 8\} \setminus \{1; 3; 4\} = \{5; 8\}$ c) $\{0; 1\} \subset \{0; 4; 6; d\}$

15. Să se afle mulțimile A și B știind:

$A \cup B = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 8\}$ $A \cap B = \{x | x \in \mathbb{N}, 3 \leq x \leq 6\}$ $A \setminus B = \{1; 7; 8\}$

16. Să se scrie elementele mulțimilor: $A = \{x | x \in \mathbb{N}^*, x^2 < 7\}$, $B = \{y | y \in \mathbb{N}, y = x + 1, x \in A\}$, $C = \{z | z \in \mathbb{N}, z = x^0 + y - 2, x \in A, y \in B\}$.

Indicați afirmațiile adevărate:

a) $2 \in A$; b) $A \subset C$; c) $B \cap C = \{2\}$; d) $B = C$; e) $A = C$; f) $3 \in C$; g) $C \subset B$; h) $A \subset B$.

17. Aflați $x \in \mathbb{N}$ dacă:

a) $\{5; x; 8\} \cap \{2; 3; 5\} = \{3; 5\}$

b) $\{7; 8; x; 2\} \cap \{2; 8; 9\} = \{2; 8\}$

c) $\{5; 6; x\} \cup \{3; 5\} = \{3; 5; 6\}$

d) $\{8; 10; 16; x\} \cup \{2; 8\} = \{2; 8; 10; 9; 16\}$

e) $\{3; 5; x\} \setminus \{4; 5\} = \{3\}$

f) $\{5; 6; x\} \setminus \{6; 7\} = \{5; 8\}$

g) $\{3; 8; x\} \setminus \{5; 3; 8; 9\} = \emptyset$

h) $\{7; 8; 9\} \setminus \{7; x\} = \{8\}$

i) $\{6; 7; 3\} \setminus \{2; x\} = \{6; 7\}$

18. Determinați elementele mulțimilor:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \mid 14\} \quad B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \mid 3, x \mid 48\} \quad C = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 20, x : 3\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid x \mid 24, x \mid 36\} \quad E = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 40, x : 3, x : 4\}$$

Să se efectueze: a) $A \cap B \cap C$ b) $A \setminus (B \cap E)$ c) $(B \cap C) \cup (D \cap E)$.

19. Fie $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 4, x < 57\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 17 < x < 55, 6 \mid x\}$. Aflați $A \setminus B, B \cap A, B \setminus A$.

20. Fie $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 16 : x\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 2, x \mid 28\}$. Aflați $A \cup B, A \cap B, B \setminus A$.

21. a) Să se compare $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 32 : x, 40 : x\}$ cu $D_{32} \cap D_{40}$.

b) Să se compare $D_{48} \cap D_{36}$ cu D_{12} .

22. Să se compare: a) $M_6 \cap M_8$ cu M_{24} ; b) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x : 8, x : 12\}$ cu M_{24} .

23. Să se determine $x, y \in \mathbb{N}$ astfel încât:

$$\text{a) } \{3; 4; x\} \cap \{5; 6; 7\} = \{5\} \quad \text{b) } \{5; 6; 7; 8\} \cap \{6; 7; y; 20\} = \{6; 7; 8\}$$

24. Să se determine toți $x, y, z, t, v \in \mathbb{N}$ mai mici ca 10 astfel încât:

$$\begin{aligned} \text{a) } \{9; 10; 11\} \cap \{7; x; 12\} &= \{9\} & \text{b) } \{7; 8; y\} \cap \{9; 10; 12\} &= \emptyset \\ \text{c) } \{3; 4; 5; 6\} \cap \{z; 5; 6\} &= \{5; 6\} & \text{d) } \{8; 9; 10; t\} \cap \{3; 8; 9; 11\} &= \{8; 9\} \\ \text{e) } \{1; 2; 3; v\} \cap \{3; 4; 5; 6\} &= \{3; 5\} \end{aligned}$$

25. Care din mulțimile de mai jos sunt disjuncte:

$$\begin{aligned} A &= \{3; 2; 5\} & B &= \{1; 2; 3; 4\} & C &= \{x \mid x \in \mathbb{N}, 5 \leq x \leq 8\} \\ D &= \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 9 \text{ par}\} & E &= \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, x \leq 11 \text{ impar}\} & F &= \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 2\} \end{aligned}$$

26. Scrieți elementele mulțimilor și efectuați:

$$\begin{aligned} A &= \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10, x : 2\}; & B &= \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 10, 3 \mid x\}; & C &= \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 20, x : 4\}; \\ A \cup B; & A \cap C; & B \cup C; & A \cap B; & C \cup A; & B \cap C; & (A \cup B) \cap C; & (A \cup \emptyset) \cap (B \cup \emptyset); & (A \cap \emptyset) \cup (C \cup \emptyset). \end{aligned}$$

27. Să se determine x, y, z, t, v numere naturale astfel încât:

$$\begin{aligned} \text{a) } \{5; 6; x\} \cup \{1; 2; 3\} &= \{1; 2; 3; 5; 6\} & \text{b) } \{5; 8; y\} \cup \{1; 2\} &= \{1; 2; 3; 5; 8\} \\ \text{c) } \{2; 3; 4; z\} \cup \emptyset &= \{1; 2; 3; 4\} & \text{d) } \{1; 2; 3; t\} \cup \{1; 2; 5; 7; 8\} &= \{1; 2; 3; 5; 7; 8\} \\ \text{e) } \{5; 6; 7\} \cup \{v; 2; 3\} &= \{2; 3; 5; 6; 7\} \text{ și } \{v; 2; 1\} \subset \{3; 5; 6; 1; 2\} \end{aligned}$$

28. Să se determine $x \in \mathbb{N}$ în fiecare caz în parte:

$$\begin{aligned} \text{a) } \{5; x; 6\} \setminus \{3; 4; 5; 6\} &= \{7\} & \text{b) } \{5; x; 6\} \setminus \{3; 4; 5; 7\} &= \{6\} \\ \text{c) } \{5; x; 6\} \setminus \{3; 4; 5; 7\} &= \{6; 8\} & \text{d) } \{5; x; 6\} \setminus \{3; 4; 5; 6\} &= \emptyset \\ \text{e) } \{3; 4; 5\} \setminus \{x; 3\} &= \{4\} & \text{f) } \{3; 4; 5\} \setminus \{x; 3\} &= \{4; 5\}; x \leq 3 \\ \text{g) } \{3; 4; 5\} \setminus \{1; x; 3; 4\} &= \emptyset & \text{h) } \{3; 4; 5\} \setminus \{x; 4; 5\} &= \emptyset \end{aligned}$$

29. Să se afle mulțimea A dacă sunt îndeplinite simultan condițiile:

$$A \cup \{3; 8\} = \{1; 2; 3; 4; 8\} \quad A \cap \{5; 4; 3; 2; 1\} = \{1; 2; 4\} \quad A \setminus \{5; 6; 4; 3; 2\} = \{1; 8\}$$

30. Să se determine mulțimea A în fiecare caz în parte:

$$\begin{aligned} \text{a) } A \setminus \{3; 4; 5\} &= \{7; 6\} \text{ și } \{4; 5; 6\} \subset A \text{ și } A \subset \{4; 5; 6; 7; 8\} \\ \text{b) } A \setminus \{1; 2; 3\} &= \emptyset \text{ și } \{1; 3\} \setminus A = \{1\} \text{ și } A \cup \{3; 4\} = \{2; 3; 4\} \\ \text{c) } \{3; 5; 7; 8\} \setminus A &= \{5\} \text{ și } A \subset \{3; 4; 5; 6; 7; 8\} \text{ și } \{4; 6; 7\} \subset A \\ \text{d) } A \setminus \{3; 5; 8\} &= \{4; 6; 7\} \text{ și } \{1; 2; 3; 4; 5\} \setminus A = \{1; 2\} \text{ și } A \subset \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\} \\ \text{e) } A \setminus \{2; 3; 4; 5\} &= \emptyset \text{ și } A \cap \{1; 3; 5\} = \{3\} \text{ și } A \cup \{1; 3; 5\} = \{1; 2; 3; 5\} \end{aligned}$$

- 31.** Să se determine mulțimile A, B, C știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:
i) $A \cup \{1; 2; 3\} = \{1; 2; 3; 4; 5\}$; $A \cap \{2; 3; 5; 6; 7\} = \{3; 5\}$; $1 \in A$
ii) $B \cup \{1; 2; 3; 4\} = \{1; 2; 3; 4\}$; $B \cup \{2; 4; 6\} = \{1; 3; 2; 4; 6\}$; $B \cap \{2; 4\} = \emptyset$
iii) $C \cup \{1; 2; 3\} = \{1; 2; 3; 4; 5\}$; $C \subset \{2; 4; 5; 6\}$
- 32.** Să se determine mulțimile A și B știind că sunt adevărate relațiile:
 $A \cup B = \{0; 1; 2; 3; 4; 5\}$ $A \cap B = \{1; 3; 4\}$ $5 \notin B$ $\{0; 2\} \subset A$
- 33.** Să se determine mulțimile A, B, C știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:
i) $A \cap \{1; 2\} = \{1; 2\}$; $A \subset \{1; 2; 3\}$; $3 \notin A$
ii) $B \cap \{5; 6\} = \emptyset$; $B \subset \{1; 2; 3; 5; 6\}$; $\{1; 2; 3\} \subset B$
iii) $C \cap \{5; 8\} = \{5\}$; $C \subset \{3; 4; 5; 6; 7; 8\}$; $\{3; 4; 6\} \subset C$
- 34.** Să se afle mulțimile A și B știind că:
 $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ $A \setminus B = \{1; 3; 6\}$ $A \cap \{2; 4; 5\} = \{2; 5\}$ A are 5 elemente.
- 35.** Să se determine mulțimile A și B dacă:
 $A \cup B = \{1; 3; 5; 7; 9\}$ $A \setminus B = \{5; 7\}$ $1 \notin A \cap B$ $3 \notin A \cap B$. Câte soluții sunt?
- 36.** Să se determine $a, b, c \in \mathbb{N}$ dacă:
 $\{3; 5\} \cup \{a; b\} = \{3; 5; 7\}$ $\{5; 7\} \setminus \{b; c\} = \{5\}$ $\{a; c\} = \{3; 5\}$
- 37.** Să se determine mulțimile A și B dacă:
 $A \cup B = \{a; b; c; d; e\}$ $A \setminus B = \{d; a\}$ $b \notin A \cap B$ $e \in A \cap B$. Câte soluții sunt?
- 38.** Dacă $A \cap B$ are 3 elemente, $A \setminus B$ are 5 elemente și $B \setminus A$ are un element, să se afle câte elemente are $A \cup B$.
- 39.** Să se determine mulțimile X, Y, Z dacă știm: $X \cup Y \cup Z = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8\}$;
 $Y \cup Z = \{3; 4; 6\}$; $\{3; 4; 5\} \subset X \cup Z$; $\{1; 2; 5; 6\} \cap Z = \emptyset$; X, Y și Z sunt disjuncte.
- 40.** Dacă știm $\text{card } A = 5$, $\text{card } B = 3$ și $\text{card}(A \cap B) = 1$, aflați: $\text{card}(A \cup B)$, $\text{card}(A \setminus B)$.
- 41.** Dacă știm $\text{card } A = 6$, $\text{card } B = 2$ și $\text{card}(A \cup B) = 6$, aflați: $\text{card}(A \cap B)$, $\text{card}(A \setminus B)$, $\text{card}(B \setminus A)$.
- 42.** Dacă știm $\text{card } A = 5$, $\text{card } B = 3$ și $\text{card}(A \cup B) = 8$, aflați: $\text{card}(A \cap B)$, $\text{card}(A \setminus B)$.
- 43.** Fie $\text{card } A = 12$, $\text{card}(A \setminus B) = 0$ și $\text{card } B = 15$. Aflați $\text{card}(A \cup B)$, $\text{card}(A \cap B)$, $\text{card}(B \setminus A)$.
- 44.** Dacă știm $\text{card}(A \cup B) = 11$, $\text{card}(A \setminus B) = 2$, $\text{card}(B \setminus A) = 3$, aflați $\text{card } A$, $\text{card } B$, $\text{card}(A \cap B)$.
- 45.** Dacă știm $\text{card}(A \cup B) = 10$, $\text{card}(A \cap B) = 3$, $\text{card}(B \setminus A) = 0$, aflați $\text{card } A$, $\text{card } B$.
- 46.** Să se dea exemple de perechi de mulțimi a căror intersecție este:
a) $\{1; 2; 3\}$ b) $\{10\}$ c) $\emptyset$ d) $\{0; 2; 4; 6; 8; 10; 12; \dots\}$
- 47.** Dați exemple de perechi de mulțimi a căror reuniune să fie:
a) $\{5; 6; 7; 8\}$ b) $\mathbb{N}$ c) $\{1; 3; 5; 7; 9; 11; \dots\}$
- 48.** Să se arate că: a) $\{x \in \mathbb{N} | x = 5n + 8, n \in \mathbb{N}\} \cap \{x \in \mathbb{N} | x = n^2, n \in \mathbb{N}\} = \emptyset$
b) $\{x \in \mathbb{N} | x = 10^n + 7, n \in \mathbb{N}\} \cap \{x \in \mathbb{N} | x = n^2, n \in \mathbb{N}\} = \emptyset$
- 49.** Arătați că următoarele mulțimi sunt disjuncte:
a) $\{x | x = \text{ultima cifră a lui } 3^n, n \in \mathbb{N}\}$ și $\{2; 4; 6; 8; 5; 0\}$
b) $\{x | x = \text{ultima cifră a lui } 9^n, n \in \mathbb{N}\}$ și $\{x | x = 2k, k \in \mathbb{N}\}$
- 50.** Fie o mulțime A care îndeplinește simultan următoarele condiții:
i) $2 \in A$; ii) dacă $x \in A \Rightarrow x + 7 \in A$; iii) dacă $x \in A$ și $x = k^2 \Rightarrow k \in A$.
Arătați că a) $3 \in A$; b) $4 \in A$; c) $5 \in A$.